ITPASS 実習レポート 1
金藤夏子
担当情報実験機名 joho08
1. 中心星に対して成り立つ運動方程式は

$$m_1 \frac{d^2 \boldsymbol{r_1}}{dt^2} = -Gm_1 m_2 \frac{(\boldsymbol{r_1} - \boldsymbol{r_2})}{|\boldsymbol{r_1} - \boldsymbol{r_2}|^3} \tag{1}$$

惑星に対して成り立つ運動方程式は

$$m_2 \frac{d^2 \boldsymbol{r_2}}{dt^2} = -Gm_1 m_2 \frac{(\boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1})}{|\boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}|^3} \tag{2}$$

$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_1} - \boldsymbol{r_2}$ とすると、$\frac{(1)}{m_1} - (2)m_2$ より、

$$\frac{d^2 \boldsymbol{r}}{dt^2} = -\frac{G(m_1 + m_2)\boldsymbol{r}}{r^3}$$

(1)(2) を組み合わせることで、2 体の問題を 1 体の問題として考えられるようになった。さらに、相対ベクトルを使っていることから、この式はベクトルの原点から見た場合の物体の運動を表していることがわかる。これから、この式は中心星から見て惑星はどんな動きをしているのかを表す式であることがわかる。

2.

$$\boldsymbol{r} = (x, y) \text{ に対して } |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} \text{だから、}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\boldsymbol{r}^2}{dt} = -G\frac{(m_1 + m_2)}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}\boldsymbol{r}$$

$\boldsymbol{v} \equiv (v_x, v_y) = (\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt})$ と定義すると、

$$\frac{dv_x}{dt} = -G\frac{(m_1 + m_2)}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}x$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -G\frac{(m_1 + m_2)}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}y$$

と表せる。