

ITPASS 実習レポート 02

嵩 由美子

平成 21 年 8 月 7 日

1 問い 1

中心星と惑星の質量をそれぞれ m_1, m_2 とする。また中心星及び惑星の位置ベクトルをそれぞれ \vec{r}_1, \vec{r}_2 とし、 $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ とする。中心星、惑星が受ける力は万有引力の法則より

$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \frac{Gm_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (1)$$

$$m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = \frac{Gm_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (2)$$

となる。(2) - (1) として整理すると、

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (3)$$

となり与式は導かれた。また、これは共通重心を中心として中心星と惑星が等速円運動をしていることを示している。

2 問い 2

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} \quad (4)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{dv_y}{dt} \quad (5)$$

(3) 式に $\vec{r} = (x, y), \vec{v}$ として整理すると

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{G(m_1 + m_2)x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad (6)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{G(m_1 + m_2)y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad (7)$$

となり、(4)、(5) 式を代入すると

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{G(m_1 + m_2)x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad (8)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{G(m_1 + m_2)y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad (9)$$

となる。