

# itpass 実習レポートその1

徳永翔太

## 問1

$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  とおく。

中心星の運動方程式は

$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

であり、両辺を  $m_1$  で割ると

$$\frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = G \frac{m_2}{r^3} \vec{r} \quad (1)$$

惑星の運動方程式は

$$m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

であり、両辺を  $m_2$  で割ると

$$\frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = -G \frac{m_1}{r^3} \vec{r} \quad (2)$$

(2)-(1) より

$$\frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} - \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = -G \frac{m_1}{r^3} \vec{r} - G \frac{m_2}{r^3} \vec{r}$$

したがって

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -G \frac{m_1 + m_2}{r^3} \vec{r} \quad (3)$$

となり、与式は導出された。さらに (3) に  $m_2$  をかけて

$$m_2 \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -G \frac{(m_1 + m_2) m_2}{r^3} \vec{r} \quad (4)$$

(4) は中心星が座標原点に静止していて、その質量が  $m_1 + m_2$  になった場合の惑星の運動を表している。

## 問2

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

なので、(3)を用いて

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -G \frac{m_1 + m_2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} x \quad (5)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -G \frac{m_1 + m_2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} y \quad (6)$$

(5)(6) が求める式である。